

CFD の歴史的レビューと展望

Historical Review and Prospect on CFD

○ 中村 佳朗, 中部大学工学部, 愛知県春日井市松本町 1200, yoshi_nakamura@isc.chubu.ac.jp
Yoshiaki NAKAMURA, School of Engineering, Chubu University, 1200 Matsumoto-cho, Kasugai,
Aichi 487-8501

Abstract: Historical review on CFD is first made based on the author's experience and knowledge, where focus is made on CFD research at the time when the author stayed at CFD Branch of NASA Ames Research Center as an NRC research associate. During this period CFD has greatly developed. Then, several important issues concerning CFD in Japan in 1980s are described, where many CFD researchers in Japan worked together to develop CFD. Finally a prospect is mentioned regarding where CFD should go from now.

1. はじめに

数値流体力学(CFD: Computational Fluid Dynamics)は今や裾野が十分広がり、研究やモノづくりに欠かせないツールとなっている。昔は、自分達でプログラムを一から作成したものであるが、今は市販のソフトが数多くあり、大変便利である。

流体力学を扱う場合、過去には、実験と理論が主であったが、1970年代から CFD が台頭し、1980年代に飛躍的に発展した。CFD の一番のメリットは、流れ場の詳細な情報が得られることである。流れを研究する上でも、また流れを利用した製品を設計・開発する上でも、流れ場の詳細が明らかになれば、大変役に立つ。その意味で、CFD の貢献は大きい。

ただ、CFD で得られた解は、Navier-Stokes(NS)方程式の厳密解ではないことに注意しなければならない。CFD で得られた結果は近似解であり、ほぼ厳密解に等しいものから、かなりずれているものまで幅広い。場合により、明らかに正しくないものもある。

CFD を実際に実行するためには、ハードである計算機が必要である。昔は大きな計算は大型計算機でしか計算できなかった。その後コンピュータが急速に進歩し、スーパーコンピュータ(スパコン)の出現により、セルや格子の数を増やして計算できるようになり、飛行機全体の流れや乱流など大規模な計算が可能となった。その一方で、パソコンも飛躍的に進歩し、NS 方程式もパソコンで扱えるようになり、昔からすれば夢のような話である。

本講演では、私が経験した事、見聞きした事、調べたことを中心に、CFD の歴史を概観する。また、今後の CFD の方向性について、私なりに考えたことを述べる。

私は、長年、名古屋大学大学院工学研究科航空宇宙工学専攻(昔は名古屋大学工学部航空学科)で、風洞実験と CFD の両方を用いた研究を行い、両者の結果を見ながら、流れの研究を行ってきた。名大の航空宇宙工学教室には、低速風洞(自由傾斜風洞、楕円風洞)、遷音速風洞、超音速風洞、衝撃風洞があり、低速から高速までの流れの実験を行うことができる。

CFD は1960年代辺りから少しずつ出始め、1970年代に入ると、CFD の飛躍的発展の核ができた。多くの研究者が、CFD を使えば、新しい道が開けるのではないかと、CFD に大きな期待を寄せた。それまでは、私が関係する航空宇宙工学分野では、理論では、相似解、微小擾乱理論が花盛りであった。理想的な流れの場合のみに適用でき、実際の流れや大変形の流れは扱えなかった。非線形の典型である NS 方程式の厳密解(理論解)はほとんど不可能で、CFD が現れると、それを使って解いてみたいという願望が高まった。新しい世界の幕開けである。

ハードウェアの進歩とともに、スキームも飛躍的に進歩した。昔に比べれば、安定して解くことができるようになった。最近で

はかなり高度なテクニックが駆使されている。

私が計算機に最初に触れたのは、デルタ翼の崩壊渦を研究していた、博士の学生の頃である。当時出始めたレーザー流速計を使って、管内の旋回流の崩壊現象の速度分布(軸方向速度成分と周方向速度成分)を測定していた。丁度その頃、JFM に Grabowski et al.¹⁾が縦渦の崩壊現象に関する数値計算の論文を発表した。それは、Chorin²⁾の擬似圧縮性法を用いたもので、軸対称計算であった。レイノルズ数は低かったが、そこには明らかに渦の崩壊現象が捉えられていた。この計算に衝撃を受け、何とか自分もこの現象を数値計算し、実験データと比較したいと思った。

今考えると、愚かであったのであるが、当時は CFD の基礎も分からない状態で、ひたすら2次精度で計算した。Reynolds 数が大きくなると発散するのは当然のことである。これを名大の大型計算機センターでバッチジョブとして流し、結果を取りに行くと、無残にも、棚に返却されていた結果は数枚で、計算が発散して途中で止まっていた。このようなことが繰り返された記憶がある。

私は、幸運にも1981年から1983年まで、NASA Ames Research Center の CFD Branch に滞在することができた。本講演では、その時経験した事をもとに、CFD の黎明期、つまり CFD が立ち上がり、その後勢いよく発展したときの CFD について述べる。また、NASA Ames での滞を終えて、日本に帰ってきたときに、日本でも CFD を組織的に発展させるための、科学研究費重点領域研究「数値流体力学」が立ち上がり、私自身その事務局として関わったので、それについても触れる。

最後に、CFD の今後の展望について、独断と偏見で述べる。

なお、文中で敬称を略している場合(特に外国人の場合)が多々あるが、ご容赦願いたい。

2. 1970年代以前

2.1 Prandtl の境界層理論

流体力学の革新的進歩は、1904年の Prandtl の境界層理論であろう。粘性を考慮し、物体表面に生成される境界層を扱えるようにした。平板の場合には、Prandtl の学生である Blasius による、Blasius の方程式となり、これは非線形の常微分方程式で、Runge-Kutta 法などにより数値的に解くことができる。境界層を解くことにより粘性流の新しい世界が開かれたが、欠点は、剥離現象などの変形の流れが解けないことである。当然、誰しも、次は、NS 方程式を直接解きたいという願望に駆られた。

2.2 1950年代、1960年代

2.2.1 Godunov 法

特筆すべきは、Euler 方程式を数値的に解く場合の画期的な方法

で、Riemann 問題を利用した Godunov 法(1957 年)である。各セルでの代表値が与えられた場合、セル境界で、その両側にあるセルでの値を使って、Riemann 問題を解く方法である。得られた結果をセル平均して、セルでの代表値とする、大変合理的な方法である。ただし 1 次精度である。もう一つの問題は、Riemann solver は非線形であるため、繰り返し計算が必要で、計算コストが掛かることである。ちなみに、それを簡便化したのが、1981 年に発表された Roe の FDS 法³⁾である。

2.2.2 パネル法

飛行機周りの流れ計算では、パネル法(Panel method)というものがある。これはポテンシャル流(渦度の無い流れ)を計算するものである。飛行機周りの流れは、物体表面付近を除いて、ほとんどポテンシャル流である(外部流であるため;内部流ではこのようなことはない)。胴体や翼などの物体表面付近には、粘性の効いた領域である境界層が発生するが、それは実際には非常に薄い。したがって、物体表面に作用する圧力は、ポテンシャル流から得られた圧力で代用できる。

パネル法は、1962 年に飛行機会社の Douglas の Hess and Smith⁴⁾により開発された。この方法は、3次元物体周りの流れも解くことができるので、大変有用である。ポテンシャル流の支配方程式はラプラス方程式で、グリーン関数の定理を使って、特異性である吹き出しと二重吹き出しを物体表面に分布させることにより、解が得られる。物体表面をパネルに分割して、その上に特異性を分布させ、境界条件を与えて、連立方程式を解く方法である。まさに境界要素法(BEM)である。航空機を設計する上で大変有用で、これにより航空機の表面に沿う流れの速度や圧力分布の情報が得られる。この圧力分布を積分すれば空気力である揚力が得られる。また高速になりマッハ数が効いてくる圧縮性流れでも、変換を利用すれば、非圧縮性流れの解から圧縮性の場合の空気力も計算できる。いずれにせよ、計算時間が短いので、初期の設計には便利なツールである。

2.2.3 MAC 法

非圧縮性流体を解くための定番の方法が Marker and Cell 法(MAC 法)である。1965 年、Los Alamos 研究所の Harlow & Welch⁵⁾により開発された。非圧縮性の支配方程式の中で、連続の方程式だけが時間微分を含んでいないので、他のものと方程式の型が異なる。したがって連続の方程式を満たすのが困難である。MAC 法は、圧力のポアソン方程式を解くときに、連続の方程式を満たすように解いている。ちなみに、連続の方程式にも圧力の時間微分項を擬似的に入れたものが、1967 年の Chorin²⁾の擬似圧縮性法である。Chorin は定常流に対してこの方法を適用したが、最近では、非定常流にも拡張されている。

3. 1970 年代の CFD

3.1 遷音速流に対するポテンシャル流計算

1970年代は、航空機の開発と相まって、遷音速流の計算が盛んに行われた。このとき、遷音速流に対して、圧縮性のポテンシャル方程式(full potential)が解かれた。圧縮性のポテンシャル方程式は、非線形で、数値的にしか解くことができない。計算機で解く絶好のターゲットである。ちなみに、ポテンシャル流の計算にも関わらず衝撃波は発生する。エントロピーの上昇は、相対的圧力変化の 3 乗に比例するので、遷音速では無視できるほど小さい。

1971 年、Murman and Cole⁶⁾の有名な論文が発表された。ポテンシャル流の方程式を差分法で解くときに、流れが亜音速か超音速化を自動的に区別して計算する手法である。超音速では双曲型、亜音速では楕円型と、偏微分方程式の型が異なり、解き方も異なる。

例えば、超音速流に置かれた鈍頭物体周りの流れでは、激み点付近の流れは亜音速であるが、激み点から下流に行くに従って加速され、音速に到達する。このようにして衝撃波と物体表面の間に音速線ができる。しかし音速線の位置はあらかじめ分かっていない。流れを解いた結果出てくるものである。ここで問題が発生する。そこで、全領域を通して計算できる手法が望まれた。同様な問題は、翼周りの流れでも発生する。

3.2 MacCormack 法、Beam-Warming 法

1969 年、NASA の MacCormack⁷⁾が陽解法の MacCormack 法を提案し、当時多くの人がこの方法を採用して流れを計算した。計算法は基本的には予測子・修正子法である。この方法は簡単で使いやすかったが、陽解法のため、境界層のような剪断層をより良く解像するために多くの格子を用いる場合、Courant 数の制限から、時間刻みが小さくなり、計算コストが大幅に増加した。

これに対して、同じく NASA Ames 研究所の Beam と Warming が 1976 年、陰解法の Beam-Warming 法⁸⁾を開発した。これにより、定常流であれば、時間刻みを大きくとることができるようになり、CFD の実用化が一層促進された。

ちなみに、私が NASA Ames 研究所に滞在したとき、MacCormack も Warming も Beam も CFD Branch に所属していた。MacCormack は体も大きく豪快な感じの人で、それに比べて Warming は華奢な体つきで、かつ数学屋という感じがした。

3.3 一般化座標

1970 年代における CFD における画期的な進歩、一般座標での計算ができるようになったことである。これは、1974 年、Viviani⁹⁾(France) と Vinokur¹⁰⁾(NASA Ames)が、それぞれ別々に、一般座標での保存形の方程式が示したことによる。Vinokur は私が NASA Ames にいたとき、CFD Branch におり、何を研究しているのかよく分からない、変わった感じの人だった。いずれにせよ、これにより差分法は飛躍的に発展した。流体計算では繰り返し計算など計算量が多く、計算が簡単な差分法(FDM)が採用される。デカルト座標の差分法では、物体境界の情報が正確に扱えないく、差分法はいずれ有限要素法に取って代わられるであろうと思われていた。

ちなみに、有限要素法の親戚である有限体積法が流体計算では使われるようになった。有限要素法との違いは、有限要素法のように真面目にセルの上での諸量の分布を考えず、セル上に一定の値が分布しているとする手法である。ただし、有限体積法のメリットは、有限要素法のように非構造格子で計算できることで、任意形状物体を扱うことができる。デメリットは、非構造格子で計算する場合、差分法に比べて計算時間が掛かることである。

一般座標に関連して、body-fitted coordinates の作成法が盛んに研究された。当時は、格子を研究者自らが作り、これを作るのに多大な時間を費やしていた。NASA Ames でも、Sorenson が当時 body-fitted coordinates の格子を精力的に研究していた。その成果は、GRAPE というソフトになっている。今日では、自分で格子を作る人は少なく、ほとんど市販のソフトを使用している。時代の変遷を強く感じる。

3.4 Vortex Method

私は、デルタ翼の前縁剥離渦の研究をしていたので、流れの本質は渦であろう、つまりピオサバールの法則に基づき、渦が速度を誘起することを利用した vortex method を使って、渦の崩壊を計算していた。これが縁で、NASA Ames の Anthony Leonard が開発した vortex blob method¹¹⁾(point vortex ではなく、LES のように渦度分布を各点周りの小領域内で filtering する手法)を使って研究

する機会を得た。飛行機の翼端渦を早く消失させて、空港での飛行機の離着陸の効率を上げようとするもので、NASA が研究費を付けてくれた。

私の後に、東北大学の井上督先生も Leonard のところに行き、剪断層に関する研究を行い、良い成果を出された。ちなみに、宇宙研の桑原邦夫先生も vortex method が大好きであった。しかし、桑原先生は、その後、3 次精度の河村スキームを使って、差分法で多くの興味ある計算結果を出し、感心させた。

3.5 LES, DNS

NASA Ames の乱流グループの、Moin と Kim は、直接シミュレーションで、並列コンピュータ (確か ILLIAC IV) を使用して、チャンネル流れの直接シミュレーションを行っていた。私は Moin から 16mm フィルムにおさめられたシミュレーション結果をもらった。

LES に関しては、私が博士の学生か助手になった頃、日本で知られるようになった。当時の航空宇宙技術研究所(NAL)で、NAL の広瀬直喜さんが特別講演を行い、LES を紹介された。そこで紹介されたのが、Stanford 大学の博士の学生だった Kwak¹²⁾の博士論文であった。Supervisor は Prof. Reynolds である。私もこれに大変興味を持ち、一生懸命勉強し、自分でもプログラムを作り計算してみた。私が NASA に行ったとき、Kwak が Applied Aerodynamics の Branch(CFD Branch と同じ建物で、CFD Branch が 2階、Applied Aerodynamics が 1階)いたのには驚いた。Kwak の博士論文について聞いてみたら、あの時は時間がなくて、慌ただしく提出したとのことであった。

4. 1980 年代の CFD

4.1 NAS AAmes Research Center

私は、1981 年から 1983 年にかけて、NASA の Ames Research Center に NRC 研究員として滞在する機会を得た。私より前に里深信行先生が滞在されており、ほんの少し後に、藤井孝蔵先生が来られた。ちなみに、私たち 3 人は同じ建物のアパートに住んでいた。私が帰る頃に、中橋和博先生が来られた。その他、桑原邦夫先生、堀内 潔先生、小野清秋先生もおられたし、NASA Ames にはヘリコプター部門があり、そこには東大の河内啓二先生、JAXA の斎藤 茂さんがおられた。大変にぎやかな楽しい時代であった。

NASA には私が行くずっと以前から多くの日本人が滞在していた。しかし、私がいたころ、日米間の自動車の貿易摩擦や、日本企業の技術特許問題が発生し、米国の日本に対する風当たりが強くなった。その後、日本人は NASA からシャットアウトされることになった。米国としては、自動車は日本にやられたが、航空宇宙だけは絶対に手放さないという強い決意があった。今でこそ日本でも当たり前の security というものを初めて実感した次第である。

1980 年代は、CFD が実用化を目指して活発に研究された時で、CFD の成長期であった。NASA Ames には、有名な研究者がたくさんいたし、世界から多くの研究者が訪れた。当時としては、CFD のメッカであった。私は、CFD Branch に所属していたが、Branch Chief は、Lomax で、大変やさしい人であった。毎日、幼稚園生が持つような弁当箱を持って出勤した。また、パーティーが嫌いな人でもあった。乱流モデルの Baldwin-Lomax モデルとしてでも有名で、Stanford Univ.でも教え、学生も指導していた。

その他、TVD 法で有名な Harten¹³⁾も、イスラエルの大学の先生であったが、夏休みなど休暇になると NASA Ames に来て、他の研究員と一緒に研究していた。Harten 先生、里深先生、私の 3 人でテニスを一緒にやったことを今でも覚えている。残念ながら、Harten 先生は、心臓病でなくなられた。

私のアドバイザーは、Anthony Leonard で、LES の Leonard 項で有名な人である。CFD Branch では、Turbulence group のリーダーで、この group には、Moin や Kim がいた。Moin や Kim は、確か、そのとき Stanford 大学の Assistant Professor でもあった。

一方、Turbulence group には、現在 Boeing にいる、乱流モデルで有名な Spalart がいた。彼は、当時 Stanford 大学の学生で (フランスからの留学生)、渦法を使った研究を Leonard と一緒に行っていた。フランス人らしい物おじしない学生で、いろいろ議論したことを今でも覚えている。博士号を取得した後、Spalart は研究対象を乱流モデルに変更した。Vortex method に限界を感じたのである。Vortex method は science として現象の理解には有力な武器であるが、実用性に欠け、今ではあまり使われていない。Lagrange 表示では粘性を考慮するのも難しいこともある。

ちなみに、CFD Branch で同室だったのが、Kerr と Moser である。Kerr は、Comel 大学の物理出身で、cube の乱流のパイオニアである。Kerr とはいろいろな話をしたが、自分は science なので、engineering の人達とは話ができません、と言ったのを今でも覚えている。以後事あるごとに science と engineering の関係を考えさせられている。Moser は当時 Stanford 大学の学生で、supervisor は Prof. Reynolds で、NASA に来て Leonard のグループで研究していた。何年か前に、当時名大で私の学生だった橋本 敦さん (現在 JAXA) が、Illinois 大学に 1 年留学したとき、Moser(現在 UT Austin) の講義を聴講したとのことである。

私が、NASA Ames を去る頃、当時 CFD Branch の Assistant Chief であった日系二世の Inouye さんが、これからは、CFD Branch は、ミシガン大学の van Leer¹⁴⁾と Roe³⁾と協力して研究を進めて行くと言っていたのを今でも覚えている。CFD の流れの変化を感じた。

4.2 スーパーコンピュータ

当時私がいた NASA では、スーパーコンピュータ (スパコン) Cray-1S が導入され、使われ始めた。残念ながら私は大きな計算をしていなかったの、スパコンを使う機会はなかった。というより安いので汎用機を使った。私が使用したのは、CDC7600 であった。最初は手渡しで依頼するバジジョブであったが、途中から端末入力で行えるようになった。アメリカに行く前は、名大の大型計算機センターで、パンチカードを作るのが煩わしく感じていたので、日本でも早くこのシステムが導入されることを願った。

1983 年に私が NASA Ames での滞りから帰ってきたときに、日本ではスパコンがちょうど出始めたときであった。名大のプラズマ研究所 (今の核融合研究所の前身) では、1982 年に富士通のスパコンが導入された。ちなみに、スパコンの導入は、東大が最初で、2 番目であった。武本行正先生 (現四日市大学) が当時プラ研の助手をしていて、武本先生にお願いしてスパコンを使わせていただいた。武本先生とは、一緒に研究もやらせてもらい、当時出て来た移流項を 3 次精度で計算する QUICK 法(B.P.L Leonard; Anthony Leonard とは別の人) を一般座標表示に拡張した。当時 JAXA か東大の学生だったか、和田安弘さんが ISCFD-Tokyo の国際会議のときに、私のところに来て、QUICK 法は本当に 3 次精度ですかと質問されたのを覚えている。

ちなみに、3 次精度では 2 次精度よりも安定良くかつ精度よく計算できるので、直接法(Direct Numerical Simulation)として乱流計算もできるのではないかと当時期待された。しかし、乱流はご存知のように大きなスケールから小さなスケールまで幅広いスペクトルを持っており、そのようにはならなかった。

また、このまま CFD が進歩すれば、将来風洞は要らなくなるのではないかという議論が米国などで盛んになされた。現状を見るとそのようにはなっておらず、相変わらず風洞は使用されている。つまり、両方必要であるということである。

5. 日本の CFD

5.1 科学研究費重点領域「数値流体力学」

ここで是非触れておきたいのは、日本の CFD である。日本の CFD として大きな動きがあったのは、科学研究費重点領域「数値流体力学」(1987 年度～1989 年度)である。この科研費で、日本の CFD 研究者が結集し、CFD に driving force を与えたと言える。これは、航空関係の研究者がまとまって科研費を申請しようとしたとき、機械関係の研究者もまとまって出そうとしていたことが分かり、話し合いの結果一緒にやることになったものである。代表者は、名大の保原 充教授と東北大の大宮司久明教授であった。事務局は名大で私が担当した。この科研費のお蔭で、日本の CFD 研究者の交流が深まると同時に、活動の副産物としてシンポジウムが立ち上がった。

5.1 数値流体力学シンポジウム

この科研費の活動の一環として、数値流体力学シンポジウムが開催された。第 1 回は、1987 年 12 月の末に、大宮司先生が運営委員長となり、会場は、川原睦人先生のご好意で、中央大学で行われた。数値流体力学シンポジウムはその後 10 年ぐらひは中央大学で行われ、その後東京の別の場所に移り、さらにその後、東京を抜け出し、名大で開催された。このとき私が運営を担当した。このようにして毎年日本各地を回るようになり、今年は 28 回目となる。数値流体力学が関係するいろいろな分野の人が集まる、貴重な会議である。最初は、日本数値流体力学会が主催していたが、日本数値流体力学会が日本流体力学会に吸収され、日本流体力学会が主催するようになった。

5.2 ISCFD-Nagoya

また、この科研費の活動の一環として、1989 年に国際会議 ISCFD-Nagoya (参加者は 400 名弱) が名古屋の吹上ホールで開催された。議長は、保原充先生と大宮司久明先生である。大宮司先生が中心となり、企業から多額の賛助金を集めた。当時 CFD は目新しく、企業も大いに関心を示した。この会議の会場運営では、藤井孝蔵先生の奥様や私の家内も参加するなど、all Japan で一丸となって成功させることができた。

なお、当時、CFD の国際会議として有名であったのは、ICNMFD であった。これは 2 年に 1 回世界を回って開催された。私も、1986 年中国の北京で開催された第 10 回会議から参加し、できるだけ出席するようにした。ICNMFD も、また ISCFD も、現在の ICCFD に統合され、その第 1 回は、2000 年に京都で、里深信行先生の議長の下に開催された。ちなみに、2014 年は中国で開催された。

5.3 ロシア、中国との交流

また、この科研費の活動に関連して、1988 年、日ソ数値流体力学シンポジウムがスタートした。第 1 回は、ソ連のハバロフスクで大島耕一先生 (当時宇宙研) とソ連の Academician A.A. Dorodnitsyn の共同議長の下で行われた。その後、ロシアと日本で交互に開催され、最近まで続いた。ソ連は、日本のスパコンに興味があり、日本はソ連の伝統的な基礎研究に興味があり、それぞれの思惑が一致し、成果を上げることができた。

またこれに関連して、その後中国とも交流を行った。これには、三宅 裕先生 (当時阪大) や長野靖尚先生 (当時名工大) が中心となり、日本の乱流研究の大御所が参加された。第 1 回日中乱流ワークショップは 1994 年精華大学で、第 2 回は 1996 年北京大学で開催された。この後もこの会議は続いた。

6. 今後の展望

CFD の裾野が十分広がった現在、今後 CFD はどうなるのであろうか、どの方向に進むのか、興味のあるところである。当然まず第一に頭に浮かぶのは、現在のソフトが一層発展して、ユーザーが欲しい流れを好きなように見ることができるようになることは期待できる。CFD の強みは、流れの可視化ができるということである。

さらに、流体力学研究者でさえ、ソフトを自分で作る必要がなくなれば、理想的である。こうなると、流れそのものの研究に集中できるようになる。得られた結果から少しでも普遍性を抽出することに時間を割くことができる。流体力学の研究が一層発展するであろう。

ちなみに、JAXA は、CFD のソフト FASTAR^{15,16}を開発している。大変有望なソフトで、流れを効率よくかつ高速に解くことができる。現在ユーザーは増加中で、今後 FASTAR が日本中に展開されるのを期待している。

最後に、やはり流体力学を研究するのであれば、実験、理論、CFD のバランスのとれた研究が必要であろう。その結果、我々は、本当に流れを知ることができると思われる。

7. おわりに

私の限られた経験と知識をもとに、独断と偏見で、CFD の歴史を概観し、最後に簡単に今後の展望にも触れた。扱った範囲は限られた範囲であり、また誤りも多々あると思われるので、その時は、ご容赦願いたい。当面 CFD に取って代わるものは現れないように見えるので、今後とも CFD が発展し続けることを願うのみである。

参考文献

- (1) Grabowski, W.J. and Bergers, S.A., Solutions of the Navier-Stokes Equations for Vortex Breakdown, *J. Fluid Mechanics*, 75, 3, 1976, pp. 525-544.
- (2) Chorin, A.J., A Numerical Method for Solving Incompressible Viscous Flow Problems, *J. Comp. Physics*, 75, 3, 1967, pp. 12-26.
- (3) Roe, P.L., Approximate Riemann Solvers and Difference Schemes, *Journal of Comput. Physics*, 43, 1981, pp. 357-372.
- (4) Hess, J.L. and Smith, A.M.O., Calculation of Nonlifting Potential Flow About Arbitrary Three-Dimensional Bodies, Douglas Report ES40622, Douglas Aircraft Company, 1962.
- (5) Harlow, F.H. and Welch, J.E., Numerical Calculation of Time-dependent Viscous Incompressible Flow of Fluid with a Free Surface, *Physics of Fluids*, 8, pp.2182-2189, 1965.
- (6) Murman, E.M. and Cole, J.D., Calculation of Plane Steady Transonic Flows, *AIAA Journal*, 9, 1971, pp.114-121.
- (7) MacCormack, R.W., The Effect of Viscosity in Hypervelocity Impact Cratering, *AIAA Paper No. 69-354*, 1969.
- (8) Beam, R.M. and Warming, R.F., An Implicit Finite Difference Algorithm for Hyperbolic Systems in Conservation-Law Form, *Journal of Computational Physics*, 22, 1, 1976, pp. 87-110.
- (9) Viviand, H., Conservative Forms of Gas Dynamics Equations, *La Recherche Aerospaciale*, p.65, 1974.
- (10) Vinokur, M., Conservative Equations of Gas-Dynamics in Curvilinear Coordinate Systems, *J. Comput. Physics*, pp.105-125, Vol. 14, 1974.
- (11) Leonard, A., Vortex Methods for Flow Simulation *Journal of Computational Physics*, 37, 1980, pp.289-335.
- (12) Kwak, D., Three Dimensional Time Dependent Computation of Turbulent Flow, Dissertation, Stanford Univ., 1975.
- (13) Harten, A., High Resolution Schemes for Hyperbolic

- Conservation Laws, *Journal Computational Physics*, 49, 1983, pp.357-393.
- (14) van Leer, B., Towards the Ultimate Conservative Difference Scheme, V. A Second Order Sequel to Godunov's Method, *J. Comput. Phys.*, 32, 1979, pp. 121-136.
- (15) Hashimoto, A, Murakami, K., Aoyama, T., Ishiko, K., Hishida, M., Sakashita, M., and Lahur, P., Toward the Fastest Unstructured CFD Code 'FASTAR,' AIAA Paper 2012-1075, 2012.
- (16) 橋本、村上、青山、菱田、坂下、ラファール・パウルス、高速な非構造格子流体ソルバFASTARの開発、日本航空宇宙学会論文集（掲載決定）